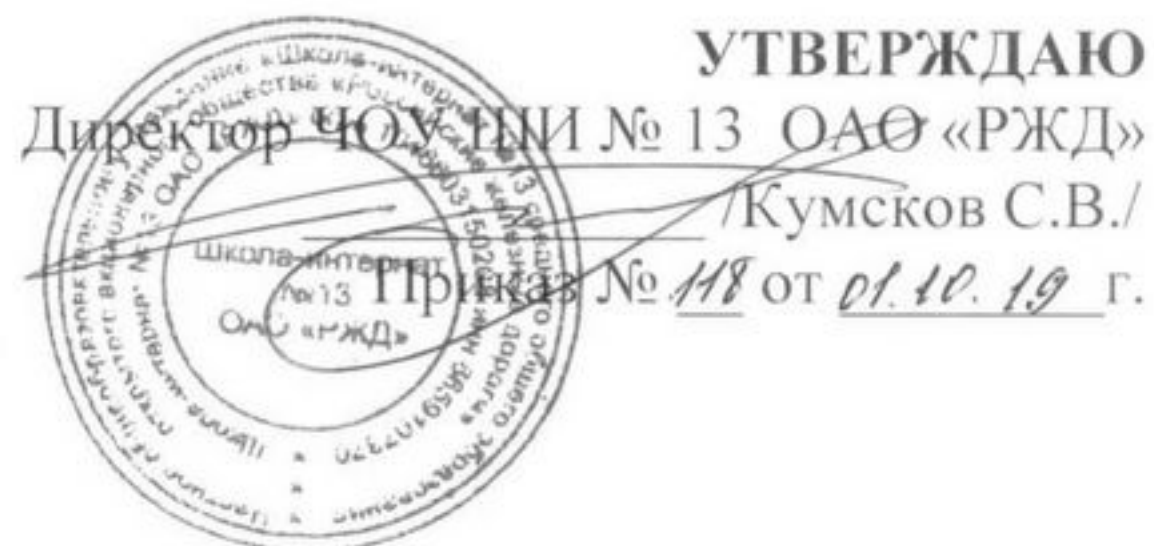


Частное общеобразовательное учреждение  
Школа-интернат №13 ОАО «РЖД»



# Рабочая программа

внеурочной деятельности

## «Математические ступеньки»

Модуль программы «Занимательная математика»

для 5 класса

направление: общеинтеллектуальное

срок реализации 1 год 1 час в неделю (34 часа в год)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа внеурочной деятельности по математике для 5 класса составлена на основе авторских программ: «Занимательная математика», авторы: Жигулев Л.А., Лукичева Е.Ю., СПб АППО, 2017г.; «Математические путешествия», авторы: Лукичева Е.Ю., Сарамуд И.А., СПб АППО, 2017 г.

Выбор данных авторских программ обусловлен спецификой нашего учебного заведения с углублённым изучением предметов эстетического цикла и недостаточным количеством часов, отводимым БУП на работу с актуально одаренными и мотивированными детьми.

**Направление программы** – общеинтеллектуальное, программа создает условия для творческой самореализации личности ребенка.

**Актуальность программы** обоснована введением ФГОС ООО, а именно ориентирована на выполнение требований к содержанию внеурочной деятельности школьников, а также на интеграцию и дополнение содержания предметных программ. Программа педагогически целесообразна, ее реализация создает возможность разностороннего раскрытия индивидуальных способностей школьников, развития интереса к различным видам деятельности, желания активно участвовать в продуктивной деятельности, умения самостоятельно организовать свое свободное время.

**Цель программы:** создание условий, обеспечивающих интеллектуальное развитие личности школьника на основе развития его индивидуальности; создание фундамента для математического развития, формирование механизмов мышления, характерных для математической деятельности.

### Задачи программы:

- пробуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к математике и ее приложениям, расширение кругозора;
- расширение и углубление знаний по предмету;
- раскрытие творческих способностей учащихся;
- развитие у учащихся умения самостоятельно и творчески работать с учебной и научно- популярной литературой;
- воспитание твердости в пути достижения цели (решения той или иной задачи);
- решение специально подобранных упражнений и задач, направленных на формирование приемов мыслительной деятельности;
- формирование потребности к логическим обоснованиям и рассуждениям;
- специальное обучение математическому моделированию как методу решения практических задач;
- работа с одаренными детьми в рамках подготовки к предметным олимпиадам и конкурсам.

### Ожидаемые результаты

**Личностными результатами** реализации программы станет формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества, а так же формирование и развитие универсальных учебных умений самостоятельно *определять, высказывать, исследовать и анализировать*, соблюдая самые простые общие для всех людей правила поведения при общении и сотрудничестве (этические нормы общения и сотрудничества).

**Метапредметными результатами** реализации программы станет формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности, а именно следующих универсальных учебных действий.

*Регулятивные УУД:*

- Самостоятельно формулировать цели занятия после предварительного обсуждения.
- Учиться совместно с учителем обнаруживать и формулировать учебную проблему.
- Составлять план решения проблемы (задачи).
- Работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки.
- В диалоге с учителем учиться вырабатывать критерии оценки и определять степень успешности выполнения своей работы и работы всех, исходя из имеющихся критериев.

*Познавательные УУД:*

- Ориентироваться в своей системе знаний: самостоятельно *предполагать*, какая информация нужна для решения той или иной задачи.
- *Отбирать* необходимые для решения задачи источники информации среди предложенных учителем словарей, энциклопедий, справочников, интернет-ресурсов.
- Добывать новые знания: *извлекать* информацию, представленную в разных формах (текст, таблица, схема, иллюстрация и др.).
- Перерабатывать полученную информацию: *сравнивать* и *группировать* факты и явления; определять причины явлений, событий; *делать выводы* на основе обобщения знаний.
- Преобразовывать информацию из одной формы в другую: *представлять* информацию в виде текста, таблицы, схемы; *составлять* более простой план учебно-научного текста.

*Коммуникативные УУД:*

- Доводить свою позицию до других: *оформлять* свои мысли в устной и письменной речи; *высказывать* свою точку зрения и пытаться её *обосновать*, приводя аргументы.
- Слушать других, пытаться принимать другую точку зрения, быть готовым изменить свою точку зрения при наличии соответствующих аргументов.
- Читать вслух и про себя тексты научно-популярной литературы и при этом: вести «диалог с автором» (прогнозировать будущее чтение; ставить вопросы к тексту и искать ответы; проверять себя); отделять новое от известного; выделять главное; составлять план.
- Договариваться с партнерами: выполняя различные роли в группе, сотрудничать в совместном решении проблемы (задачи).
- Учиться уважительно относиться к позиции другого, учиться договариваться.

**Предметными результатами** реализации программы станет создание фундамента для формирования механизмов мышления, характерных для математической деятельности, а именно:

- познакомиться со способами и методами решения различных математических задач;
- освоить логические приемы, применяемые при решении задач;

- рассуждать при решении логических задач, задач на смекалку, задач на эрудицию и интуицию
- познакомиться с историей развития математической науки, биографией известных ученых-математиков.
- расширить свой кругозор, осознать взаимосвязь математики с другими учебными дисциплинами и областями жизни;
- познакомиться с новыми разделами математики, их элементами, некоторыми правилами, а при желании самостоятельно расширить свои знания в этих областях;
- познакомиться с алгоритмом исследовательской деятельности и применять его для решения задач математики и других областей деятельности;
- приобрести опыт самостоятельной деятельности по решению учебных задач;
- приобрести опыт презентации собственного продукта.

### **Основные формы проведения занятий**

#### **1. Комбинированное тематическое занятие:**

- ✓ Выступление учителя или кружковца.
- ✓ Самостоятельное решение задач по избранной теме.
- ✓ Разбор решения задач (обучение решению задач).
- ✓ Решение задач занимательного характера, задач на смекалку, разбор математических софизмов, проведение математических игр и развлечений.
- ✓ Ответы на вопросы учащихся.
- ✓ Домашнее задание.

#### **2. Конкурсы и соревнования по решению математических задач, олимпиады, игры, соревнования:**

3. Разбор заданий городской (районной) олимпиады, анализ ошибок.
4. Чтение отрывков из художественных произведений, связанных с математикой.
5. Просмотр видеофильмов по математике.

Специфика математической деятельности такова, что требует системной отработки навыка приобретаемых умений, поэтому поурочные домашние задания в разумных пределах являются обязательными. Домашние задания заключаются не только в повторении темы занятия, решении задач, а также в самостоятельном изучении литературы, рекомендованной учителем.

### **Результативность изучения программы**

Оценивание достижений на занятиях внеурочной деятельности должно отличаться от привычной системы оценивания на уроках.

Оценка знаний, умений и навыков обучающихся является качественной (может быть рейтинговой, многобалльной) и проводится в процессе:

- ✓ решения задач,
- ✓ защиты практико-исследовательских работ,
- ✓ опросов,
- ✓ выполнения домашних заданий и письменных работ,
- ✓ участия в проектной деятельности,
- ✓ участия и побед в различных олимпиадах, конкурсах, соревнованиях, фестивалях и конференциях математической направленности разного уровня, в том числе дистанционных.

# УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

| №<br>п/п | Тема                                                                | Кол-во<br>часов | Формы проведения                             |
|----------|---------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------|
| 1        | Вводное занятие. Математика: история и современность                | 1               | Обзорная лекция                              |
| 2        | Связь математики с другими науками, искусством, архитектурой        | 1               | Обзорная лекция, беседа                      |
| 3        | Практико-ориентированное мини исследование «Где я нашел математику» | 1               | Практикум (подготовка плаката и его защита). |
| 4        | Что такое проект?                                                   | 1               | Беседа                                       |
| 5        | Проектная деятельность                                              | 1               | Консультация                                 |
| 6        | История счета «Кто как считает»                                     | 1               | Практикум-игра                               |
| 7        | Нумерация                                                           | 1               | Просмотр фильма, беседа                      |
| 8        | Системы счисления                                                   | 1               | Игра                                         |
| 9        | Старинные задачи                                                    | 1               | Практикум.<br>Конструирование                |
| 10       | Проектная деятельность                                              | 1               | Консультация                                 |
| 11       | Примеры и конструкции. Задачи с целыми числами                      | 1               | Обсуждение<br>исследовательская работа       |
| 12       | Сюжетные задачи, решаемые с конца                                   | 1               | Обсуждение<br>практикум                      |
| 13       | «Переправы»                                                         | 1               | Обсуждение<br>практикум                      |
| 14       | Числовые ребусы                                                     | 1               | Практикум соревнование                       |
| 15       | Геометрия: задачи на разрезание                                     | 2               | Беседа<br>моделирование                      |
| 16       | Логические задачи                                                   | 1               | Обсуждение<br>практикум                      |
| 17       | Повторение. Математическое соревнование                             | 1               | Игра                                         |
| 18       | Пересечение и объединение множеств. Круги Эйлера                    | 1               | Исследовательская работа                     |
| 19       | Задача Пуассона (задачи на переливания)                             | 1               | Обсуждение<br>практикум                      |
| 20       | Геометрия: лист Мебиуса                                             | 1               | Беседа<br>моделирование                      |
| 21       | Знакомство с логикой: «все», «некоторые», «отрицание»               | 1               | Исследовательская работа                     |
| 22       | Сумма и среднее арифметическое                                      | 1               | Обсуждение практикум                         |
| 23       | Повторение. Математическое соревнование                             | 1               | Игра                                         |
| 24       | Задачи на четность                                                  | 2               | Исследовательская работа                     |
| 25       | «Обходы»                                                            | 1               | Обсуждение<br>практикум                      |
| 26       | «Взвешивания»                                                       | 1               | Обсуждение<br>практикум                      |
| 27       | Сюжетные задачи на совместную работу                                | 1               | Обсуждение<br>практикум                      |

|    |                        |    |                                |
|----|------------------------|----|--------------------------------|
| 28 | Примеры и конструкции  | 1  | Обсуждение<br>проектная работа |
| 29 | Логические задачи      | 1  | Игра<br>практикум              |
| 30 | Повторение             | 1  | Практикум<br>обсуждение        |
| 31 | Итоговая олимпиада     | 1  | Олимпиада                      |
| 32 | Заключительное занятие | 1  | Игра<br>обсуждение             |
|    | Итого:                 | 34 |                                |

## СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

В большинстве случаев содержание занятий непосредственно следует из указанной темы конкретного занятия. Отбор тех или иных задач для рассмотрения на занятии определяется исключительно педагогом, ведущим внеурочную деятельность в соответствии с уровнем базовой математической подготовки учащихся, а также уровнем их мотивации и потенциальной одаренности. Весьма обширный список предлагаемой литературы без труда позволит педагогу наполнить занятие содержательными задачами сообразно своему вкусу и интересам учащихся.

Вместе с тем руководитель, реализующий программу внеурочной деятельности, должен придерживаться следующих основных правил:

✓ Нецелесообразно заниматься одной темой в течение продолжительного промежутка времени, даже в рамках одного занятия полезно иногда сменить направление деятельности, при этом необходимо постоянно возвращаться к пройденному. Это можно делать, предлагая задачи по данной теме в устных и письменных олимпиадах и других соревнованиях.

✓ В каждой теме необходимо выделить несколько основных логических «вех» и добиваться безусловного понимания (а не зазубривания!) этих моментов учащимися.

✓ Необходимо постоянно обращаться к нестандартным и «спортивным» формам проведения занятий, не забывая при этом подробно разбирать все предлагаемые на них задания; необходимо использовать на занятиях развлекательные и шуточные задачи.

Подчеркивая, что подготовка и проведение занятий – это творческий процесс, в который вовлекается педагог, тем не менее, обратим внимание на ряд наиболее важных тем.

### Математика: история и современность

Педагог рассказывает о структуре занятий и их содержании, требованиях к участникам внеурочной деятельности, организации самостоятельных и домашних работ.

Перед началом лекции рекомендуется предложить учащимся продолжить следующую фразу: «математика – это...» с тем, чтобы учитель имел представление о понимании учащимися значимости и роли предмета. На последнем занятии в учебном году можно выдать учащимся работы и провести беседу о предмете, уточнить у учащихся изменилось ли их мнение о математике и, если изменилось, то как.

### Лекционная часть. Возможные вопросы к обсуждению:

✓ Возникновение математики. Счет и основные действия арифметики. Первые наскальные рисунки.

✓ Вавилон. Клинопись. Расчет календаря. Определение движения Луны и планет.

✓ Египет. Вычисление массы тел, площади полей и объемов зернохранилищ, размеров податей и количества камней, требуемого для возведения тех или иных сооружений. Календарь (предсказание ежегодных разливов Нила).

✓ Греция. Абстрактная математика. Дедуктивное доказательство. Фалес, Аристотель, Платон. Пифагор.

✓ Сравнение представлений о математике Древнего мира и современной математике на примере скорости вычислительных операций на различных исторических этапах; евклидова геометрия и лента Мебиуса.

Предложить учащимся провести линию на ленте Мебиуса.

В качестве домашнего задания предложить школьникам сделать ленту Мебиуса самостоятельно; разрезать ее на 2 и 3 части.

### Связь математики с другими науками, искусством, архитектурой

Педагог рассказывает о том, как математика используется учеными других областей, архитекторами, художниками, о математических закономерностях природных объектов на конкретных примерах.

✓ Математика и оптика: оптические иллюзии (соотношение фигуры и фона, зрительные искажения, иллюзия восприятия размера, иллюзия восприятия глубины, иллюзия восприятия цвета, невозможные фигуры...).

✓ Математика и литература на примере математических задач в художественной и научно-популярной литературе. Предложить учащимся, например, вычислить высоту конька-горбунка в сантиметрах в сказке Ершова по следующим данным:

*«Прекрасивых двух коней золотогривых*

*Да игрушечку-конька*

*Ростом только в три вершка,*

*На спине с двумя горбами*

*Да с аршинными ушами...»*

Проанализировать, смог ли конек с такими размерами передвигаться, летать....

✓ Математика и архитектура. Геометрические фигуры в архитектурных сооружениях. Показать учащимся геометрические тела (конус, шар, цилиндр, призма, пирамида), математические кривые (парабола, гипербола) и попросить их «найти» данные объекты на изображениях известных архитектурных сооружений (мостов, соборов, храмов, зданий театров...).

✓ Математика в природе на примере симметричных природных объектов (осевая, центральная, вращательная симметрия).

Учитель предлагает учащимся дома самостоятельно подобрать подобные примеры в одной из предложенных областей (наука, архитектура, скульптура, живопись, литература, объекты животного мира, объекты растительного мира). Важно обозначить требования к оформлению работ. Например, работа должна быть выполнена на листе формата А4, содержать фамилию и инициалы учащегося, класс, название, фотография/изображение, сделанное вручную, краткое пояснение математических характеристик выбранного объекта.

Практико-ориентированное мини исследование «Где я нашел математику» Варианты организации работы:

1. Защита мини-плакатов, подготовленных дома.
2. Работа в мобильном классе. Создание работ в течение занятия по материалам, предложенным учителем: книги, журналы, интернет-ресурсы и т.п.

### Что такое проект?

Знакомство учащихся с проектной деятельностью:

- ✓ пять «П» проектной деятельности;
- ✓ сущность метода проектов;
- ✓ этапы проектной деятельности;
- ✓ формы продуктов проектной деятельности;
- ✓ возможные направления и примерные темы проектной деятельности (см. ниже);
- ✓ распределение ролей при работе в команде.

Также возможна демонстрация проектов, созданных другими учащимися.  
Ознакомление учащихся с графиком консультаций по проектам.

#### Проектная деятельность

Педагог обеспечивает учащихся материалами для ознакомления с примерами проектов. Анализ возможных направлений в пределах конкретного проекта, постановка задач, которые необходимо осуществить к следующему консультационному занятию (постановка проблемной ситуации, определение типа проекта, распределение ролей в пределах группы).

#### История счета «Кто как считает»

Учащиеся приносят на занятие камешки (или предметы, им аналогичные, например, косточки), веревку, счеты, калькулятор.

Деление учащихся на команды, каждая из которых будет считать с помощью «своего инструмента»:

- ✓ пальцы;
- ✓ камешки, косточки...;
- ✓ веревка с узелками;
- ✓ счеты;
- ✓ калькулятор.

Решение примеров различной степени сложности.

Анализ и сравнение вычислительных возможностей различных «вычислительных инструментов» (сложность/простота в обучении; скорость вычислений).

#### Нумерация

Работа с видеоинформацией.

Просмотр видеофрагмента о появлении цифр в Древнем Вавилоне, Шумере, Египте, Риме, Индии.

Примеры вопросов, адресуемых учащимся, в ходе беседы:

- ✓ что больше всего запомнилось;
- ✓ содержались ли в отрывке сведения, которые были вам известны;
- ✓ присутствовали ли в видеофрагменте данные, не относящиеся к теме занятия;
- ✓ перескажите, что вы запомнили о записи цифр в каждой из стран;
- ✓ с чем связаны особенности записи цифр в каждой стране;
- ✓ зачем людям понадобилось придумывать числа, и какие операции удавалось с помощью них производить.

#### Системы счисления

Работа с текстовой информацией, аргументация точки зрения.

К данному занятию несколько учащихся готовят сообщения о системах счисления различных народов и государств (например, майя, Шумера, Рима, Индии, Древней Руси).

Учащиеся разбиваются на команды. Каждая команда "получает" одну систему счисления, анализирует информацию, содержащуюся в сообщении, и заполняет соответствующую строку таблицы на интерактивной доске:

| Система счисления | Страна происхождения | Достоинства | Недостатки | Используется ли в настоящее время. Если да, то в каких областях |
|-------------------|----------------------|-------------|------------|-----------------------------------------------------------------|
| Двадцатеричная    |                      |             |            |                                                                 |
| Шестидесятеричная |                      |             |            |                                                                 |
| Десятичная        |                      |             |            |                                                                 |

|            |  |  |  |  |
|------------|--|--|--|--|
| Римская    |  |  |  |  |
| Славянская |  |  |  |  |

Представители каждой команды представляют «свою» систему счисления, высказывают аргументированные замечания по заполнению таблицы другими командами.

### Старинные задачи

Первая часть занятия – знакомство со старинными задачами, их тематикой. Знакомство с «Арифметикой» Л.Ф. Магницкого. Решении нескольких старинных задач (задачи различных стран/эпох/тематик по выбору учителя).

Вторая часть занятия – самостоятельное конструирование учащимися задачи, сформулированной на современном языке с реальными объектами и субъектами деятельности.

Пример задачи из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого

Прохожий, догнавший другого спросил: «Как далёко до деревни, которая у нас впереди?». Ответил другой прохожий: «Расстояние от той деревни, от которой ты идешь, равно третьей части всего расстояния между деревнями, а если еще пройдешь 2 версты, тогда будешь ровно посередине между деревнями»[1]. Сколько верст осталось еще идти первому прохожему?

Пример задачи, сконструированной на основе данной задачи:

Турист, идущий по Невскому проспекту от Дворцовой площади, догоняя прохожего, спросил: «Как далеко до площади Восстания?» Прохожий ответил: «Расстояние от Дворцовой, которое ты прошел, равно третьей части всего расстояния между площадями. Если пройдешь еще километр, тогда будешь ровно на середине пути». Сколько километров осталось идти туристу?

### Проектная деятельность

Обсуждение вариантов «продукта» проекта «Старинные задачи», анализ проделанной работы, формулировка дальнейших задач.

### Примеры и конструкции.

Совершенствованию вычислительных навыков желательно уделять внимание и во внеурочной работе, в частности на занятиях кружка. Тем более, что здесь речь может идти не о «механических» вычислениях.

Примеры задач.

✓ В левой части равенства  $6 \cdot 8 + 20 : 4 - 2 = 58$  расставьте скобки так, чтобы получилось верное равенство.

✓ Используя, ровно пять раз цифру 3, знаки арифметических действий и скобки, получите любое целое число от 0 до 10.

### Сюжетные задачи, решаемые с конца.

Увлечение математикой часто начинается с размышлений над какой-то новой, интересной, нестандартной и понравившейся задачей. Она может встретиться и на школьном уроке, и на занятии математического кружка, в журнале или книге, ее можно услышать от друга или от родителей. Задачи на логику развивают в человеке сообразительность, интеллект и упорство в достижении цели. Очень часто одна решенная логическая задача пробуждает у ребенка устойчивый и долговременный интерес к изучению математики, желание искать и решать новые логические, нестандартные задачи и задачи повышенной трудности. А это, во многом, и есть главная цель учителя.

Пример задачи:

✓ Трое мальчиков имеют по некоторому количеству яблок. Первый мальчик дает другим столько яблок, сколько каждый из них имеет. Затем второй мальчик дает

двум другим столько яблок, сколько каждый из них теперь имеет; в свою очередь и третий дает каждому из двух других столько, сколько есть у каждого в этот момент. После этого у каждого из мальчиков оказывается по 8 яблок. Сколько яблок было у каждого мальчика в начале?

#### «Переправы».

Один из типов сюжетных задач.

Пример задачи:

✓ Волк, коза и капуста. На берегу реки стоит крестьянин с лодкой, а рядом с ним находятся волк, коза и капуста. Крестьянин должен переправиться сам и перевезти волка, козу и капусту на другой берег. Однако в лодку кроме крестьянина помещается либо только волк, либо только коза, либо только капуста. Оставлять же волка с козой или козу с капустой без присмотра нельзя — волк может съесть козу, а коза — капусту. Как должен вести себя крестьянин?

#### Числовые ребусы.

Понятие числового ребуса. Условие числового ребуса. Виды ребусов. Правила восстановления записи числового ребуса. Обсуждение решения числовых ребусов.

В большинстве предлагаемые ребусы должны иметь несколько правильных расшифровок, это позволит бороться с решениями путем подбора. В этом случае каждая задача может быть предложена для работы на двух уровнях:

- ✓ найти какое-нибудь решение, найти как можно больше решений,
- ✓ найти все решения и доказать, что других решений нет.

Для правильного доказательства во втором случае, как правило, необходимо разобрать все случаи в разветвленной логической схеме.

Математические ребусы – удобный объект для тренировки учащихся в проведении достаточно сложных (трудоемких) логических рассуждений, в которых необходимо разобрать все возможные случаи.

Подавляющее большинство возникающих в практической деятельности проблем можно решать многими разными способами. Необходимо рассматривать все эти способы, сравнивать их и выбирать наилучший. Однако исследователи и инженеры часто останавливаются на каком-то одном варианте и не изучают альтернативные, в результате принимаются решения, отличающиеся от оптимальных. Математические ребусы можно использовать во время разминки на учебных занятиях, включать их в домашние задания, размещать в математических газетах.

#### Геометрия: задачи на разрезание.

Задачами на разрезание увлекались многие ученые с древнейших времен. Решения многих задач на разрезание были найдены еще в Древней Греции и Китае. Первый систематический трактат на эту тему принадлежит перу Абул-Вефа – персидского астролога X века. Геометры всерьез занялись решением задач на разрезание фигур на наименьшее число частей и последующее составление из них той или иной новой фигуры лишь в XX веке, прежде всего, потому, что универсального метода решения таких задач не существует и каждый, кто берется за их решение, может в полной мере проявить свою смекалку, интуицию и способность к творческому мышлению. Учитывая, что здесь не требуется глубокое знание геометрии, любители могут иногда даже превзойти профессионалов-математиков.

Задачи на разрезание помогают как можно раньше формировать геометрические представления у школьников на разнообразном материале. При решении таких задач возникает ощущение красоты, закона и порядка в природе.

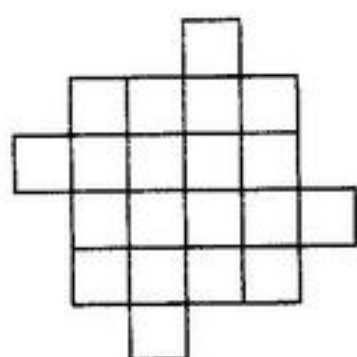
На первом этапе рекомендуется рассмотреть задачи на клетчатой бумаге. Задачи, в которых разрезание фигур (в основном это квадраты и прямоугольники) идет по сторонам клеток.

Далее могут рассматриваться задачи, связанные с фигурами-пентамино, задачи разбиения плоскости, в которых нужно находить сплошные разбиения прямоугольников на плитки прямоугольной формы, задачи на составление паркетов, задачи о наиболее плотной укладке фигур в прямоугольнике или квадрате, задачи, в которых одна фигура разрезается на части, из которых составляется другая фигура.

Эта тема может развиваться в 6-7 классах.

Примеры задач:

✓ Разделите фигуру, изображенную на рисунке, на четыре равные части так, чтобы линия разрезов шла по сторонам квадратов. Придумайте два способа решения.



✓ На клетчатой бумаге нарисован квадрат размером 5\*5 клеток. Придумайте, как разрезать его по линиям сетки на 7 различных прямоугольников.

#### Логические задачи.

Среди задач на сообразительность особый интерес представляют логические задачи. Если для решения задачи требуется лишь логически мыслить и совсем не нужно производить арифметические выкладки, то такую задачу обычно называют логической. При решении подобных задач решающую роль играет правильное построение цепочки точных, иногда очень точных рассуждений.

На первом этапе целесообразно рассмотреть три широко распространенных типа логических задач:

1. Задачи, в которых на основании серии посылок, сообщающих те или иные сведения о действующих лицах, требуется сделать определенные выводы.

2. Задачи о «мудрецах».

3. Задачи о лжецах и тех, кто всегда говорит правду.

Примеры задач:

✓ Петя, Вася и Миша имеют фамилии Орлов, Соколов и Ястребов. Какую фамилию имеет каждый мальчик, если Вася, Миша и Соколов – члены математического кружка, а Миша и Ястребов занимаются музыкой?

✓ На острове живут только рыцари, которые всегда говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. Человек А говорит: «Я лжец». Является ли он жителем этого острова?

✓ Петина мама сказала: «Все чемпионы хорошо учатся». Петя говорит: «Я хорошо учусь, значит я чемпион». Правильно ли он рассуждает?

#### Пересечение и объединение множеств. Круги Эйлера.

Понятие множества, пересечение множеств или их объединение. Круги Эйлера как геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, с целью наглядного представления.

Эта тема тесно связана с алгеброй множеств. Использование кругов Эйлера придает задачам алгебры множеств наглядность и простоту. Круги Эйлера применяются с успехом в логических задачах для изображения множеств истинности высказываний и во многих других случаях. Изображение условия задачи с помощью кругов Эйлера, как правило, упрощает и облегчает путь к ее решению.

Эта тема может послужить хорошим поводом для того, чтобы рассказать учащимся о жизни и деятельности Леонарда Эйлера и его трудах.

Примеры задач:

✓ Некоторые ребята из нашего класса любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?

✓ На полке стояло 26 волшебных книг по заклинаниям, все они были прочитаны. Из них 4 прочитал и Гарри Поттер, и Рон. Гермиона прочитала 7 книг, которых не читали ни Гарри Поттер, ни Рон, и две книги, которые читал Гарри Поттер. Всего Гарри Поттер прочитал 11 книг. Сколько книг прочитал только Рон?

#### Задача Пуассона (задачи на переливания).

Одной из самых известных задач на переливание является задача Симеона Дени Пуассона, знаменитого французского математика и физика. В данной теме рассматривается решение задач на переливание различными методами. Суть этих задач сводится к следующему: имея несколько сосудов разного объема, один из которых наполнен жидкостью, требуется разделить ее в каком-либо отношении или отлить какую-либо ее часть при помощи других сосудов за наименьшее число переливаний. В задачах на переливания требуется указать последовательность действий, при которой осуществляется требуемое переливание и выполнены все условия задачи.

На простых и занимательных примерах решения задач на «переливания» удастся рассмотреть такие важные понятия как «команда», «блок-схема», «программа». Решая задачи, учащиеся обучаются моделированию простейших алгоритмов. Решение задач этого цикла требует смекалки, развивают комбинаторное мышление.

В начале занятия следует лишь сформулировать задачу Пуассона, рассказать ее историю, но не пытаться ее решать. Решение задачи необходимо начать с наиболее простых понятных задач, постепенно подводя к общему методу.

Примеры задач:

✓ В бочке 18 литров бензина. Имеются 2 ведра по 7 литров и черпак объемом 4 литра. Как налить в ведра по 6 литров бензина?

✓ Имеется стакан кофе и стакан молока. Ложку молока перелили в кофе, полученную смесь тщательно перемешали. Ложку смеси перелили обратно в молоко. Чего больше: молока в кофе или кофе в молоке?

#### Геометрия: лист Мебиуса.

Таинственный и знаменитый лист Мёбиуса (иногда говорят: «лента Мёбиуса») придумал в 1858 г. немецкий геометр Август Фердинанд Мёбиус, ученик «короля математиков» Гаусса. Исторический очерк о Мебиусе. Несколько слов о топологии. Лист Мебиуса как геометрический объект. Свойства листа Мебиуса. Односторонность. Непрерывность. Связность. Ориентированность. Загадки листа Мебиуса. Применение листа Мебиуса в жизни. Проведение эксперимента с листом Мебиуса.

У каждого есть интуитивное представление о том, что такое «поверхность». Может ли быть что-нибудь неожиданное и даже таинственное в таком обычном понятии? Пример листа Мебиуса показывает, что может.

Лист Мебиуса очень легко сделать, подержать в руках, разрезать, делать с ним различные эксперименты. Изучение листа Мебиуса – хорошее введение в элементы топологии.

К занятию полезно подготовить достаточное количество бумажных лент, с которыми будут работать (проводить эксперименты) учащиеся. Хороши ленты, у которых длина примерно в 5 раз больше ширины.

Примеры экспериментов:

- ✓ Что получится, если начать закрашивать лист Мебиуса с одной стороны, не переходя через край, какая часть ленты окажется закрашенной?
- ✓ Что произойдет с обычным кольцом, если его разрезать посередине?
- ✓ А если лист Мебиуса разрезать посередине (то есть на 2 полоски)? Каков результат разрезания листа Мебиуса на 3 полоски?

#### Знакомство с логикой: «все», «некоторые», «отрицание»

Что изучает логика. Исторический очерк. Понятие, суждение, умозаключение. Высказывания. Утверждения. Отрицание как логическая операция. Квантор.

Умение логически грамотно рассуждать является важным для каждого человека, а не только для избранных. Несмотря на то, что весь школьный курс математики пронизан логическими идеями, но наиболее важные или специальные приемы логических рассуждений заслуживают особого внимания.

Тема посвящена образованию отрицательных утверждений, в которых используются слова «все», и «некоторые».

Примеры заданий:

- ✓ Пусть каждое из следующих утверждений неверно.
- 1. Все шары в урне красные.
- 2. Некоторые шары в урне красные.
- 3. Все равнобедренные треугольники являются прямоугольными.

Сформулируйте верные утверждения.

- ✓ Постройте отрицания следующих утверждений:
- 1. Все углы данного шестиугольника тупые.
- 2. Некоторые люди – дети.
- 3. Все мужчины выше 2-х метров.
- 4. Все простые числа – нечетные.

#### Сумма и среднее арифметическое.

Понятия «среднее арифметическое», вывод соответствующих формул, изучение понятий «средняя скорость» и «средняя масса» и методы их нахождения; умение применять знания в практических задачах; закрепление арифметических действий с десятичными дробями.

Примеры задач:

- ✓ Турист шел 2 ч со скоростью 4,6 км/ч и 3 ч со скоростью 5,1 км/ч. С какой постоянной скоростью он должен был идти, чтобы пройти то же расстояние за то же время?
- ✓ Разбейте множество 1, 2, 9, 25, 49, 64 на два подмножества таким образом, чтобы сумма чисел одного из них была равна сумме чисел другого.
- ✓ Средний возраст 11 игроков футбольной команды - 22 года. Во время матча один из игроков получил травму и ушел с поля. Средний возраст оставшихся игроков оказался равным 21 году. Сколько лет игроку, получившему травму?

### Задачи на четность.

Задачи, в которых используется понятие четности встречаются очень часто. Поэтому желательно познакомить школьников с подходами к решению этих задач. Задачи естественным образом разбиваются на три цикла:

#### 1. Разбиение на пары.

Если предметы разбиты на пары, то их четное число. Следовательно, если из нечетного числа предметов образовано несколько пар, то, по крайней мере, один предмет остался без пары. Для решения таких задач нужно в каждом случае увидеть, что именно и на какие пары разбивается.

#### 2. Чередование.

Если из предметов двух сортов образована цепочка, в которой соседние предметы разных сортов, то на всех четных местах стоят предметы одного сорта, а на всех нечетных – другого. Отсюда вывод: предметов одного сорта на один больше, чем предметов другого сорта в случае, когда длина цепочки нечетна и предметов обоих сортов поровну, тогда длина цепочки четна.

#### 3. Чет – нечет.

Решение задач основано на простом наблюдении: сумма четного числа нечетных чисел – четна. Обобщение этого факта: четность суммы нескольких чисел зависит лишь от четности числа нечетных слагаемых: если количество нечетных слагаемых (не)четно, то и сумма – (не)четна.

Примеры задач:

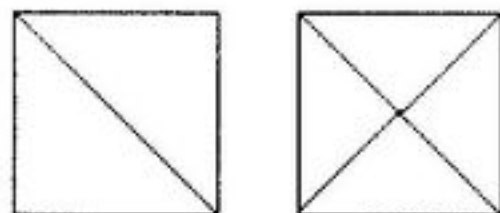
- ✓ Можно ли 25 копеек разменять на 10 монет достоинством 1, 2 и 5 копеек?
- ✓ Кузнечик прыгает по прямой (вправо или влево), причем в первый раз он прыгнул на 1 см, во второй – на 2 см и т.д. Докажите, что после 2017-го прыжка он не сможет оказаться там, откуда начинал прыгать.
- ✓ Все кости выложили в ряд. На одном конце ряда оказалась пятерка. Какое число на другом конце?
- ✓ Может ли вращаться система из 11 шестеренок, если 1-я шестеренка сцеплена со 2-й, 2-я с 3-ей и т.д., а 11-я с 1-й?

### «Обходы».

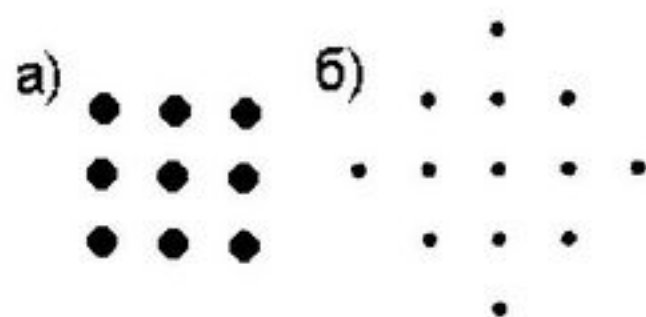
Примеры задач.

- ✓ Расположите на плоскости 6 точек и соедините их непересекающимися линиями так, чтобы из каждой точки выходили 4 линии.
- ✓ Проведите 6 прямых и отметьте на них 7 точек так, чтобы на каждой прямой было ровно три из отмеченных точек.
- ✓ а) Художник-авангардист нарисовал картину “Контур квадрата и его диагональ”. Мог ли он нарисовать свою картину, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды?

б) А если его картина называлась “Контур квадрата и его диагонали”?



- ✓ а) Зачеркните 9 точек, изображенных на левом рисунке, четырьмя отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды.
- ✓ 13 точек, изображенных на правом рисунке, пятью отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды.



✓ Пешеход обошёл шесть улиц одного города, пройдя каждую ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь раз. Могло ли это быть?

#### Задачи на взвешивания.

Почти во всех книгах по занимательной математике встречаются задачи, в которых требуется либо упорядочить предметы по массе, либо обнаружить фальшивую монету за указанное число взвешиваний на чашечных весах без гирь. Однако в последнее время подобные задачи привлекли внимание не только любителей головоломок, но и специалистов-математиков. За внешне несерьезными формулировками этого вида задач скрываются идеи, приводящие к большим и бурно развивающимся разделам современной математики – теории информации и кодирования, теории планирования эксперимента и т.п.

#### Примеры задач:

- ✓ Имеется 8 монет. Одна из них фальшивая и легче настоящей монеты. Определите за 2 взвешивания какая из монет фальшивая.
- ✓ Мачеха послала Золушку на рынок. Дала ей девять монет: из них 8 настоящих, а одна фальшивая – она легче чем настоящая. Как найти ее Золушке за два взвешивания?
- ✓ У Буратино есть 27 золотых монет. Но известно, что Кот Базилио заменил одну монету на фальшивую, а она по весу тяжелее настоящих. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь Буратино определить фальшивую монету?

#### Текстовые задачи на совместную работу.

Понятие производительности, работы, времени работы. Формулы, связывающие производительность, время и работу для случая, когда работа обозначена 1. Задачи на нахождение совместной и личной производительности и времени. Задачи, когда работа выражается натуральным или дробным числом. Нестандартный подход к нахождению общей производительности.

#### Примеры задач:

- ✓ Через одну трубу бассейн наполняется за 7 часов, а через другую опустошается за 8 часов. За какое время бассейн будет наполнен, если открыть обе трубы?

#### Примеры и конструкции.

#### Примеры задач:

- ✓ Можно ли на плоскости расположить на плоскости 6 точек на четырех отрезках так, чтобы на каждом отрезке было 3 точки?
- ✓ В строку выписали 25 чисел. Сумма любых трех соседних чисел положительна. Может ли при этом сумма всех 25 чисел быть отрицательной?
- ✓ Можно ли отметить на плоскости 6 точек так, чтобы от каждой на расстоянии 1 находилось ровно 3 точки?
- ✓ Может ли из десяти различных цифр 0, 1, 2, ..., 9, используя только знак «+» и каждую цифру один раз, составить сумму равную 100?

✓ Три ежика делили три кусочка сыра массами 6, 3, 12 г. Лиса стала им помогать. Она может от любых двух кусочков одновременно отрезать и съесть по 1 г сыра. Сможет ли лиса оставить ежикам равные кусочки сыра?

#### Повторение. Математическое соревнование.

По окончании цикла занятий проводится обобщающее занятие, в рамках которого проходит повторение изученного материала, а также проводится один из видов математического соревнования, который наиболее подходит для организации работы со школьниками, занятыми во внеурочной деятельности. Это может быть математический КВН, математический аукцион, математическая регата, игра по станциям, математический хоккей, математическое лото, мозговая атака и другие формы работы.

Итоговая олимпиада проводится как форма итогового занятия по освоению программы, определяющего объективный уровень знаний и умений учащихся, полученных в результате участия во внеурочной деятельности по математике. Мероприятие проводится по правилам проведения классической олимпиады по математике. Вариант работы составляется учителем. В работу включаются задания, которые были предметом обсуждения на занятиях внеурочной деятельности.

### **МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ**

Методической особенностью изложения учебных материалов на занятиях является такое изложение, при котором новое содержание изучается на задачах. Метод обучения через задачи базируется на следующих дидактических положениях:

- наилучший способ обучения учащихся, дающий им сознательные и прочные знания и обеспечивающий одновременное их умственное развитие, заключается в том, что перед учащимися ставятся последовательно одна за другой посильные теоретические и практические задачи, решение которых даёт им новые знания;
- с помощью задач, последовательно связанных друг с другом, можно ознакомить учеников даже с довольно сложными математическими теориями;
- усвоение учебного материала через последовательное решение задач происходит в едином процессе приобретения новых знаний и их немедленного применения, что способствует развитию познавательной самостоятельности и творческой активности учащихся.

Большое внимание уделяется овладению учащимися математическими методами поиска решений, логическими рассуждениями, построению и изучению математических моделей.

Для поддержания у учащихся интереса к изучаемому материалу, их активности на протяжении всего занятия необходимо применять дидактически игры – современному и признанному методу обучения и воспитания, обладающему образовательной, развивающей и воспитывающей функциями, которые действуют в органическом единстве. Кроме того, на занятиях математического кружка необходимо создать «атмосферу» свободного обмена мнениями и активной дискуссии.

В рамках занятий внеурочной работой рекомендуется при любой возможности мотивировать учащихся, используя очерки по истории математики, истории из жизни великих математиков, сведения из достижений современной математической науки, т.е. самым широким образом популяризировать математику.

Содержание программы внеурочной деятельности связано с программой по предмету «математика» и спланировано с учетом прохождения программы 5 класса.

С другой стороны, следует учитывать, что реализация программы по внеурочной деятельности позволяет устранить противоречия между требованиями программы предмета «математика» и потребностями учащихся в дополнительном материале по математике и применении полученных знаний на практике; условиями работы в классно-урочной системе обучения математике и потребностями учащихся реализовать свой творческий потенциал. Одна из основных задач образования ФГОС второго поколения – развитие способностей ребенка и формирование универсальных учебных действий, таких как: целенаправление, планирование, прогнозирование, контроль, коррекция, оценка, саморегуляция. С этой целью в программе должно быть предусмотрено значительное увеличение активных форм работы, направленных на вовлечение учащихся в динамическую деятельность, на обеспечение понимания ими математического материала и развития интеллекта, приобретение практических навыков самостоятельной деятельности.

Важно отметить, что количество часов, отводимых на реализацию программы невелико – 34 (68) часов в год, каждый учащийся должен «попробовать» и почувствовать вкус к тем или иным видам задач и сформировать относительно устойчивое умение решать эти задачи. Поэтому содержание программы устроено таким образом, что в рамках курса те или иные тематические разделы математики чередуются, естественно при этом темы повторяются: элементы геометрии, логические задачи, текстовые задачи и т.д.

Замечательно, если постепенное освоение программы будет логично вписываться в общешкольные мероприятия, районные и городские мероприятия по математике: математические регаты, конкурсы, конференции и т.д.

С целью достижения качественных результатов желательно, чтобы занятия были оснащены современными техническими средствами, средствами изобразительной наглядности, игровыми реквизитами. С помощью мультимедийных элементов занятие визуализируется, вызывая положительные эмоции у обучающихся и создавая условия для успешной деятельности каждого ребёнка.

Эффективность и результативность программы внеурочной деятельности зависит от соблюдения следующих условий:

- ✓ добровольность участия и желание проявить себя;
- ✓ сочетание индивидуальной, групповой и коллективной деятельности;
- ✓ сочетание инициативы детей с направляющей ролью учителя;
- ✓ занимательность и новизна содержания, форм и методов работы;
- ✓ эстетичность всех проводимых мероприятий;
- ✓ чёткая организация и тщательная подготовка всех запланированных мероприятий;
- ✓ участие в конкурсах, олимпиадах и проектах различного уровня;
- ✓ широкое использование методов педагогического стимулирования активности учащихся;
- ✓ гласность, открытость, привлечение детей с разными способностями и уровнем овладения математикой.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Анфимова Т.Б. Математика. Внеурочные занятия. 5-6 классы. – М.: Илекса, 2011.
2. Вакульчик П.А. Сборник нестандартных задач. – Минск: БГУ, 2001.
3. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Математический кружок. Первый год. – Л.: С-Петербургский дворец творчества юных, 1992.
4. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Математический кружок. Второй год. – Л.: С-Петербургский дворец творчества юных, 1993.
5. Екимова М.А., Кукин Г.П. задачи на разрезание. – М.: МЦНМО, 2005.
6. Жигулев Л.А. Элементарные логические рассуждения. – СПб.: ГБОУ ДОД Центр «Интеллект», 2013.
7. Игнатъев Е.И. В царстве смекалки. – М.: Наука, 1979.
8. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2015.
9. Математический кружок. Первый год обучения, 5-6 классы (Коллектив авторов). – М.: Изд. АПН СССР, 1991.
10. Руденко В.Н., Бахурин Г.А., Захарова Г.А. Занятия математического кружка в 5 классе. – М.: Изд. дом «Искатель», 1999.
11. Спивак А.В. Математический кружок. 6-7 классы. – М.: Посев, 2003.
12. Спивак А.В. Математический праздник. – М.: МЦНМО, 1995.
13. Столяр А.А. Зачем и что мы доказываем в математике. – Минск: Народная асвета, 1987.
14. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Математика. Задачи на смекалку. 5-6 кл. – М.: Просвещение, 2001.
15. Шейкина О.С., Соловьева Г.М. Математика. Занятия школьного кружка. 5-6 кл. – М.: НЦ ЭНАС, 2003.

### Дополнительная

1. Спивак А.В. Математический кружок. – М.: МЦНМО, 2015.
2. Гарднер М. А ну-ка догадайся! – М.: Мир, 1984.
3. Гарднер М. Есть идея! – М.: Мир, 1982.
4. Гарднер М. Крестики-нолики. – М.: Мир, 1988.
5. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. – М.: Мир, 1971.
6. Гарднер М. Математические досуги. – М.: Мир, 1972.
7. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974.
8. Гарднер М. Путешествие по времени. – М.: Мир, 1990.
9. Гик Е.Я. Замечательные математические игры. – М.: Знание, 1987.
10. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах. – М.: Просвещение, 1984.
11. Кноп К. А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам. – М., МЦНМО, 2011.
12. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – М., ГИФМЛ, 1958.
13. Линдгрэн Г. Занимательные задачи на разрезание. – М.: Мир, 1977.
14. Пойа Д. Как решать задачу. – М.: Учпедгиз, 1961.
15. Раскина И.В., Шноль Д.Э. Логические задачи. – М.: МЦНМО, 2015.
16. Смыкалова Е.В. Необычный урок математики. – СПб.: СМИО Пресс, 2007.
17. Уфнаровский В.Л. Математический аквариум. – Кишинев: Штиинца, 1987.
18. Фарков А.В. Математические олимпиады: методика подготовки 5-8 классы. – М.: ВАКО, 2012.
19. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6—11 классы / Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. — М.: Просвещение, 2010.